Katrin Buggisch
28. Januar 2009

EP III - Seminar

Elektrische Dipolstrahlung (Kap. 6.3)

elektische Dipolstrahlung: Die Emission von Photonen kann man auch als Abstrahlung eines Hertzśchen Dipols betrachten. Dazu betrachtet man das *elektrische Dipolmoment*. Schwingt dieses mit einer Frequenz ω linaer, so ist es gegeben als:
$\vec{p_{el}} = e \cdot \vec{r} = p_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$
Die abgestrahlte Leistung pro Fläche ist dann: $S = \epsilon_0 \cdot e \cdot E$ Damit ergibt sich für die abgestrahlte Leistung pro Raumwinkel (mit den Lösungen für das elektrische Feld des Hertz'schen Dipols):
$\vec{P} = \dot{S} \cdot dF = \frac{2 \cdot p_{el}^2 \cdot (\omega)^4}{12 \cdot \epsilon_0 \cdot \pi \cdot c^3}$.
Betrachtet man ein Atom, so muss das Dipolmoment korrekt gemittelt werden mit: $< \vec{p_{el}} >= e \cdot < \vec{r} >= e \cdot \int \Psi^* \cdot \vec{r} \cdot \Psi$.
Die Emission bzw. die Absorption eines Photons entspricht gemäß den Bohr'schen Postulaten dem Übergang zwischen zwei Atomniveaus. Emittiert nun ein Atom Photonen, so geht es von einem Zustand i in einen Zustand k über. Dieser Übergang wird beschrieben durch:
$< \vec{p_{el,ik}} >= e \cdot \int \Psi_i^* \cdot \vec{r} \cdot \Psi_k = M_{ik}$. Es handelt sich um ein Raumintegral bei dem die Indizes als Abkürzung der am Übergang beteilligten Quantenzahlen dienen. M_{ik} wird als Dipolmatrixelement bezeichnet. Des weiteren gilt: $|M_{ik}| = |M_{ki}|$. Damit ist die mittlere abgestrahlte Leistung des Übergangs von E_i nach E_k: $< P_{ik} >= \frac{4 \cdot \omega_{ik}^4}{12 \cdot \epsilon_0 \cdot \pi \cdot c^3} \cdot |M_{ik}|^2$ Drückt man die Leistung dieser Emission durch den Einsteinkoeffizienten A_{ik} (der spontanen Übergangswahrscheinlichkeit) aus, so erhält man: $< P_{ik} >= A_{ik} \cdot h \cdot \omega_{ik}$, wobei A_{ik} eine Rate und $h \cdot \omega_{ik}$ eine Energie bezeichnet. Als Verknüpfung zwischen der Rate der spontanen Emission und den Wellenfunktionen der beteiligten Zustände ergibt sich dann:

$$\boxed{A_{ik} = \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2 \cdot \omega_{ik}^3}{\epsilon_0 \cdot c^3 \cdot h} \cdot | \int \Psi_i^* \cdot \vec{r} \cdot \Psi_k|^2}$$

Übungsaufgaben:
Skript: Was ist ein Einsteinkoeffizient und was ist ein Dipolmatrixelement?
Blatt 11: Aufagabe 26